חוקי לוגריתמים

מתמטיקה - 5 יחידות לימוד | Class A

ערכים קבועים

$$\log_a 1 = 0$$

לוגריתם של 1 בכל בסיס שווה ל-0

$$\log_a a = 1$$

לוגריתם של הבסיס בעצמו שווה ל-1

חשוב לזכור: הבסיס a חייב להיות מספר חיובי ושונה מ-1

חוקי פעולות בסיסיות

1 חוק הכפל

$$\log_a(m \cdot n) = \log_a m + \log_a n$$

לוגריתם של מכפלה שווה לסכום הלוגריתמים

2 חוק החילוק

$$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$$

לוגריתם של מנה שווה להפרש הלוגריתמים

3 חוק החזקה

$$\log_a(m^n) = n \cdot \log_a m$$

לוגריתם של מספר בחזקה שווה למכפלת החזקה בלוגריתם

4 חוק הכפל בין לוגריתמים בבסיסים שונים

$$\log_a(M) \cdot \log_n(D) = \log_n(M) \cdot \log_a(D)$$

כפל צולב בין לוגריתמים בבסיסים שונים

שינוי בסיס

נוסחת שינוי בסיס - כללית

$$\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)}$$

ניתן לשנות את בסיס הלוגריתם לכל בסיס אחר על ידי חילוק

נוסחת ההיפוך

$$\log_b(c) = \frac{1}{\log_c(b)}$$

לוגריתם הופכי - מתקיים היחס ההופכי בין הבסיס והארגומנט

טיפ למבחן: רוב המחשבונים מחשבים רק $\log_{10}$ ו-$\ln$ (לוגריתם טבעי). השתמשו בשינוי בסיס!

נגזרת ואינטגרל

נגזרת של לוגריתם

$$f(x) = \log_b(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}$$

אינטגרל של לוגריתם

$$\int \log_b(x)\,dx = x \cdot \log_b(x) - \frac{x}{\ln(b)} + C$$

זכרו: $\ln(x) = \log_e(x)$ כאשר $e \approx 2.71828$

שיטת פתרון לוגריתמים

השאלה המרכזית: "באיזו חזקה צריך להעלות את הבסיס כדי לקבל את הארגומנט?"

דוגמה: $\log_3(9) = ?$

פתרון:

$$\log_3(9) = x$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

תשובה: $\log_3(9) = 2$ כי $3^2 = 9$

טיפים למבחן

1. תמיד בדקו שהארגומנט (המספר בתוך הלוג) חיובי
2. פשטו ביטויים לפני שמציבים מספרים - לפעמים התרגיל נעלם!
3. זכרו: $\log$ במחשבון = $\log_{10}$ ו-$\ln = \log_e$